

# Álgebra Linear Aplicada a Ciência de Dados

Professor Dr. Marcelo Guterres  
Supervisor acadêmico Prof. Dr. Ernesto C. Marujo

24 de junho de 2018

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

# MODELOS DE REGRESSÃO

# RLS

## MODELOS DE REGRESSÃO

### ● RLS

- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Conclusão

- Relações mais simples entre duas variáveis são as relações lineares;

# RLS

## MODELOS DE REGRESSÃO

### ● RLS

- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

### ● Conclusão

- Relações mais simples entre duas variáveis são as relações lineares;
- A variável independente ou explicativa  $x$  é relacionada com a variável dependente ou resposta  $y$  por meio de um modelo linear;

# RLS

## MODELOS DE REGRESSÃO

### ● RLS

- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

### ● Conclusão

- Relações mais simples entre duas variáveis são as relações lineares;
- A variável independente ou explicativa  $x$  é relacionada com a variável dependente ou resposta  $y$  por meio de um modelo linear;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

# RLS

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Esboçar os dados em um gráfico de coordenadas cartesianas denominado diagrama de dispersão.

# RLS

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Esboçar os dados em um gráfico de coordenadas cartesianas denominado diagrama de dispersão.
- Diagrama mostra a natureza da relação intrínseca entre as duas variáveis estudadas

# RLS

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Esboçar os dados em um gráfico de coordenadas cartesianas denominado diagrama de dispersão.
- Diagrama mostra a natureza da relação intrínseca entre as duas variáveis estudadas

# Prática no R

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Variáveis explicativas  $x$  e as respostas  $y$

# Prática no R

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Variáveis explicativas  $x$  e as respostas  $y$

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0,3 | 2,7 | 4,5 | 5,9 | 7,8 |
| $y$ | 1,8 | 1,9 | 3,1 | 3,9 | 3,3 |

# Prática no R

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Variáveis explicativas  $x$  e as respostas  $y$

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0,3 | 2,7 | 4,5 | 5,9 | 7,8 |
| $y$ | 1,8 | 1,9 | 3,1 | 3,9 | 3,3 |

- Diagrama de dispersão dos dados

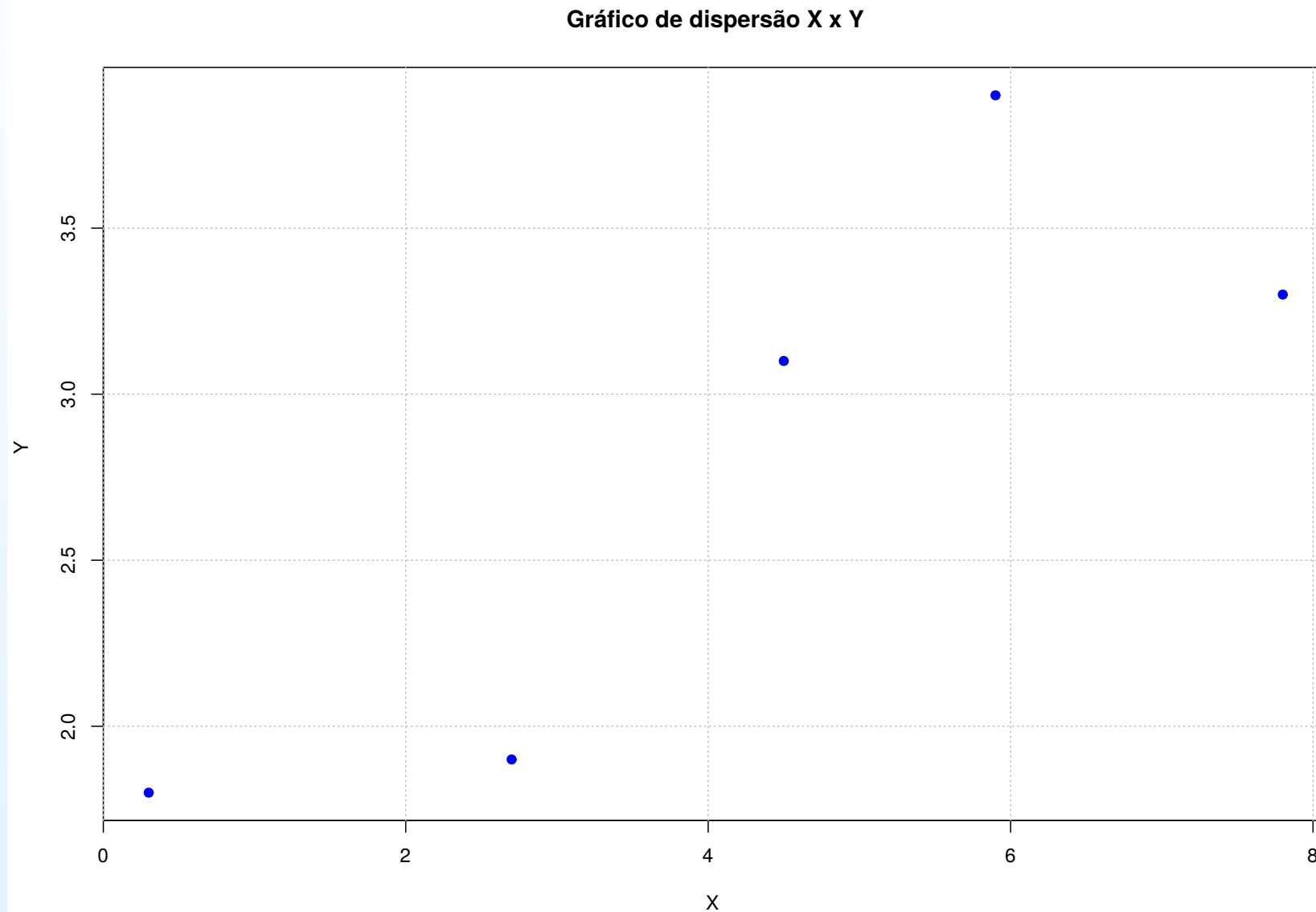
# Prática no R

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

```
RM(LIST=LS())  
X<-c(0.3,2.7,4.5,5.9,7.8)  
Y<-c(1.8,1.9,3.1,3.9,3.3)  
PLOT(X,Y,MAIN="GRÁFICO DE DISPERSÃO",XLAB="X ", YLAB="Y  
", PCH=19, COL="BLUE")  
GRID(NX = NULL, NY = NULL, COL = "GREY", LTY = "DOTTED")
```

# Prática no R



# Retas de regressão

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Modelo simples que relaciona as variáveis  $x$  e  $y$ ;

# Retas de regressão

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Modelo simples que relaciona as variáveis  $x$  e  $y$ ;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

# Retas de regressão

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Modelo simples que relaciona as variáveis  $x$  e  $y$ ;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

- $\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros a serem estimados;

# Retas de regressão

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Modelo simples que relaciona as variáveis  $x$  e  $y$ ;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

- $\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros a serem estimados;
- $\epsilon$  contém os componentes desconhecidos e aleatórios de erro que se sobrepõem à verdadeira relação linear.

# Retas de regressão

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Modelo simples que relaciona as variáveis  $x$  e  $y$ ;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

- $\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros a serem estimados;
- $\epsilon$  contém os componentes desconhecidos e aleatórios de erro que se sobrepõem à verdadeira relação linear.
- Como estimar os parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$ ?

# Modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- **Modelo 1**
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- **Modelo 1**
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

# Modelo 1

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.
- Reta esboçada a partir de dois pontos quaisquer.

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- **Modelo 1**
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

# Modelo 1

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.
- Reta esboçada a partir de dois pontos quaisquer.
- Por exemplo, o primeiro e o último

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- **Modelo 1**
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

# Modelo 1

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.
- Reta esboçada a partir de dois pontos quaisquer.
- Por exemplo, o primeiro e o último

|   |     |     |
|---|-----|-----|
| x | 0,3 | 7,8 |
| y | 1,8 | 3,3 |

# Modelo 1

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.
- Reta esboçada a partir de dois pontos quaisquer.
- Por exemplo, o primeiro e o último

|   |     |     |
|---|-----|-----|
| x | 0,3 | 7,8 |
| y | 1,8 | 3,3 |

- Equação da reta  $u(x)$  que passa por estes dois pontos

# Modelo 1

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.
- Reta esboçada a partir de dois pontos quaisquer.
- Por exemplo, o primeiro e o último

|   |     |     |
|---|-----|-----|
| x | 0,3 | 7,8 |
| y | 1,8 | 3,3 |

- Equação da reta  $u(x)$  que passa por estes dois pontos

$$u(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

# Modelo 1

- Primeira tentativa obtida por meio de polinômio interpolador linear.
- Reta esboçada a partir de dois pontos quaisquer.
- Por exemplo, o primeiro e o último

|   |     |     |
|---|-----|-----|
| x | 0,3 | 7,8 |
| y | 1,8 | 3,3 |

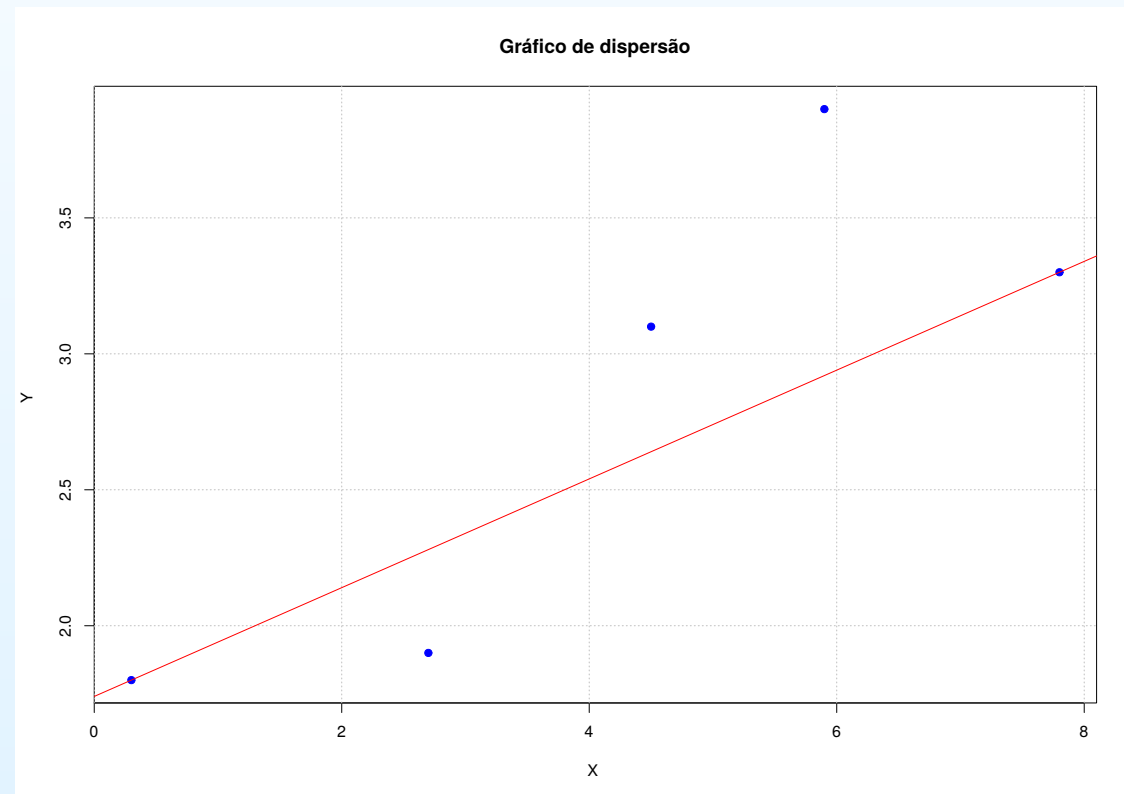
- Equação da reta  $u(x)$  que passa por estes dois pontos

$$u(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

$$u(x) = 1,74 + 0,2x$$

# Prática R

```
u<-y[1]+(y[5]-y[1])*(x-x[1])/(x[5]-x[1])  
reg<-lm(u ~ x)  
a=reg$coefficients[1]  
b=reg$coefficients[2]  
abline(a,b,col="red")
```



# Modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- **Modelo 1**
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Distância vertical  $d_i$  entre o  $i$  – *ésimo* ponto dado  $y_i$  e o ponto  $u_i = 1,74 + 0,2x$  de mesma abscissa  $x_i$

# Modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- **Modelo 1**
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Distância vertical  $d_i$  entre o  $i$  – *ésimo* ponto dado  $y_i$  e o ponto  $u_i = 1,74 + 0,2x$  de mesma abscissa  $x_i$

$$d_i = y_i - u_i.$$

# Qualidade do modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - u_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

# Qualidade do modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - u_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (d_i)^2$$

# Qualidade do modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - u_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (d_i)^2$$

$$D(1.74, 0.2) = \sum_{i=1}^n (y_i - (1.74 + 0.2x_i))^2$$

# Qualidade do modelo 1

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - u_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (d_i)^2$$

$$D(1.74, 0.2) = \sum_{i=1}^n (y_i - (1.74 + 0.2x_i))^2$$

# Prática R

```
d1<-(y-u)^2  
sum_d1<-sum(d1)  
d<-data.frame(x,y,u,d1)
```

# Prática R

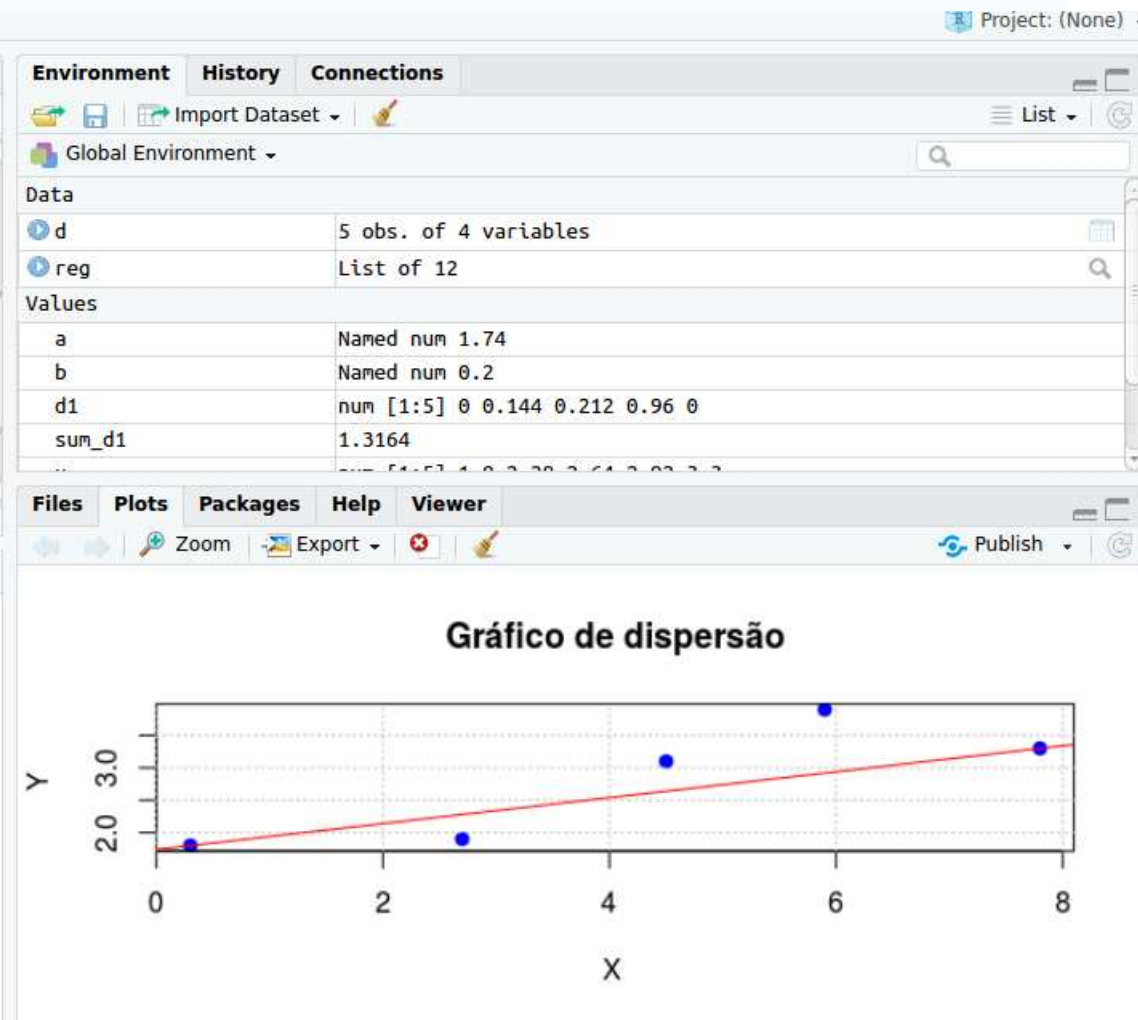
```
d1<-(y-u)^2  
sum_d1<-sum(d1)  
d<-data.frame(x,y,u,d1)
```

```
11  
12 u<-y[1]+(y[5]-y[1])*(x-x[1])/(x[5]-x[1])  
13 reg<-lm(u ~ x)  
14  
15 a=reg$coefficients[1]  
16 b=reg$coefficients[2]  
17  
18 abline(a,b,col="red")  
19  
20 d1<-(y-u)^2  
21 sum_d1<-sum(d1)  
22 d<-data.frame(x,y,u,d1)  
23
```

22:24 (Top Level) R Script

**Console**

```
> d  
  x  y  u  d1  
1 0.3 1.8 1.80 0.0000  
2 2.7 1.9 2.28 0.1444  
3 4.5 3.1 2.64 0.2116  
4 5.9 3.9 2.92 0.9604  
5 7.8 3.3 3.30 0.0000  
> |
```



# Modelo 2

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.

# Modelo 2

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.
- Reta traçada por dois pontos quaisquer.

# Modelo 2

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.
- Reta traçada por dois pontos quaisquer.
- Pontos escolhidos não pertencentes ao diagrama de dispersão.

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

# Modelo 2

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.
- Reta traçada por dois pontos quaisquer.
- Pontos escolhidos não pertencentes ao diagrama de dispersão.
- Por exemplo, escolhendo os pontos

# Modelo 2

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.
- Reta traçada por dois pontos quaisquer.
- Pontos escolhidos não pertencentes ao diagrama de dispersão.
- Por exemplo, escolhendo os pontos

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 2 | 6 |
| y | 2 | 3 |

# Modelo 2

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.
- Reta traçada por dois pontos quaisquer.
- Pontos escolhidos não pertencentes ao diagrama de dispersão.
- Por exemplo, escolhendo os pontos

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 2 | 6 |
| y | 2 | 3 |

$$w(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

# Modelo 2

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- **Modelo 2**
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Segunda tentativa também obtida por polinômio interpolador linear.
- Reta traçada por dois pontos quaisquer.
- Pontos escolhidos não pertencentes ao diagrama de dispersão.
- Por exemplo, escolhendo os pontos

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 2 | 6 |
| y | 2 | 3 |

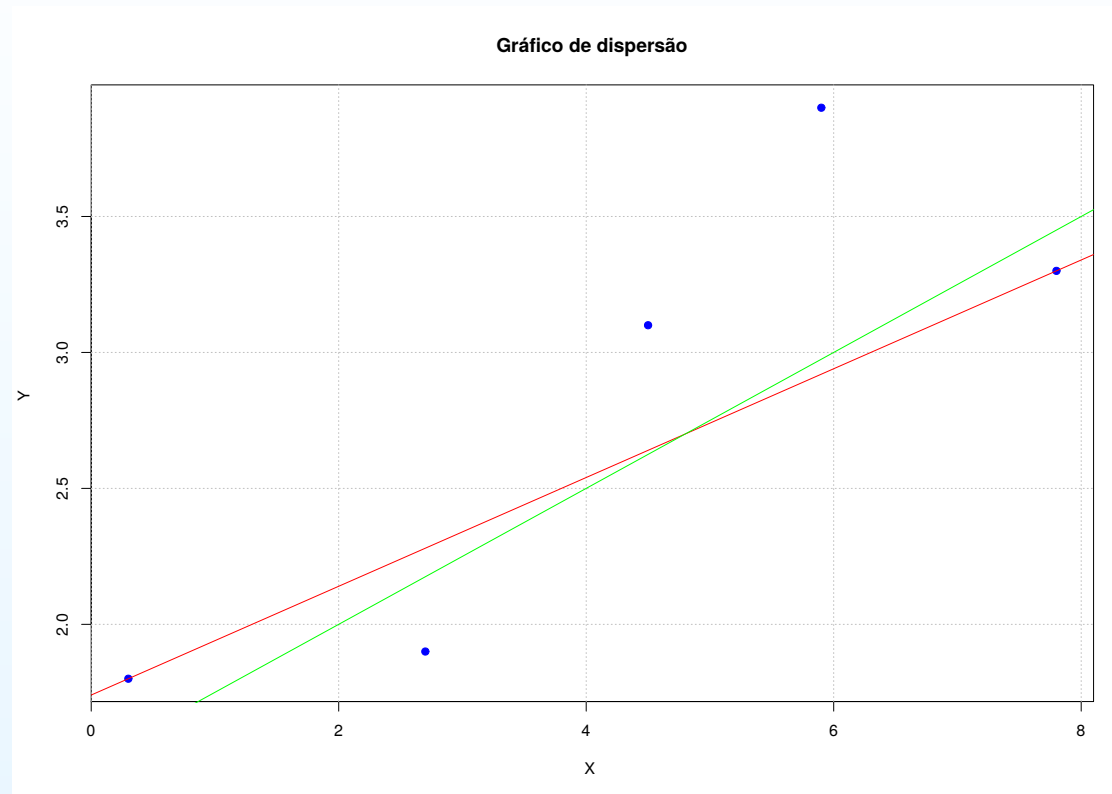
$$w(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

$$w(x) = 1,5 + 0,25x$$

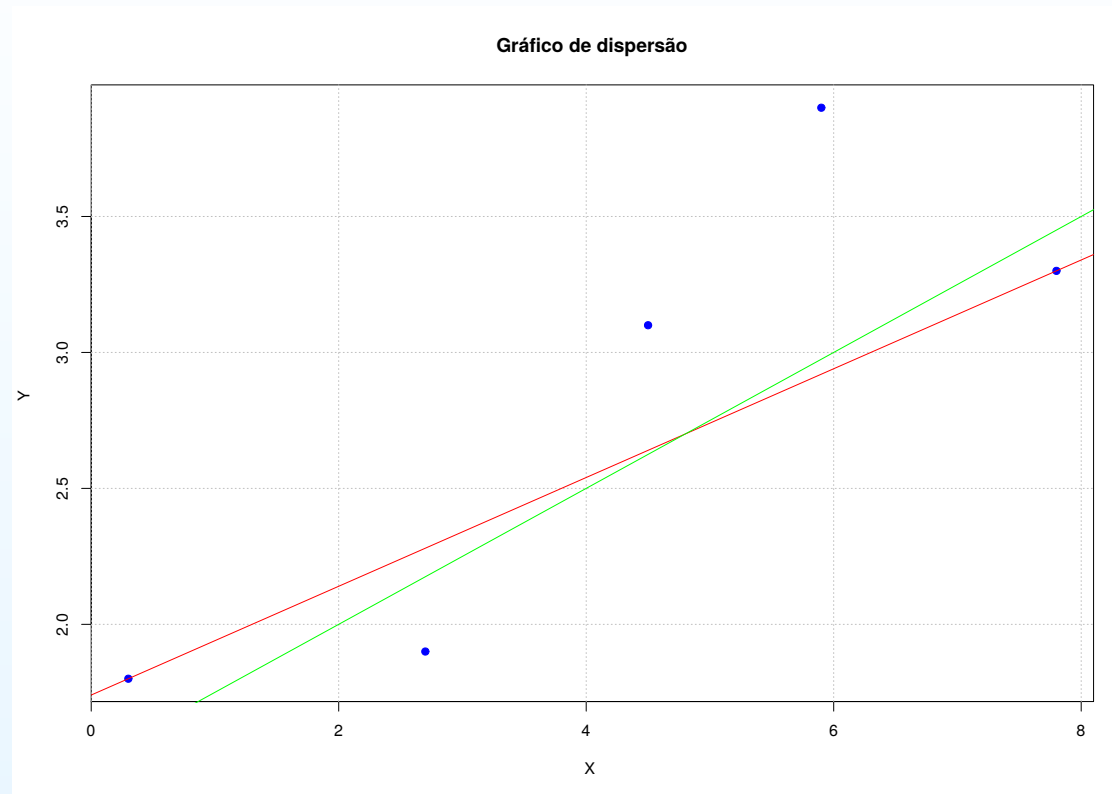
# Prática R

```
# x1=2 x5=6
# y1=2 y5=3
w<-2+(3-2)*(x-2)/(6-2)
regW<-lm(w ~ x)
a_w=regW$coefficients[1]
b_w=regW$coefficients[2]
abline(a_w,b_w,col="green")
d2<-(y-w)^2 sum_d2<-sum(d2)
df<-data.frame(x,y,u,w,d1,d2)
print(sum_d1)
print(sum_d2)
```

# Prática R

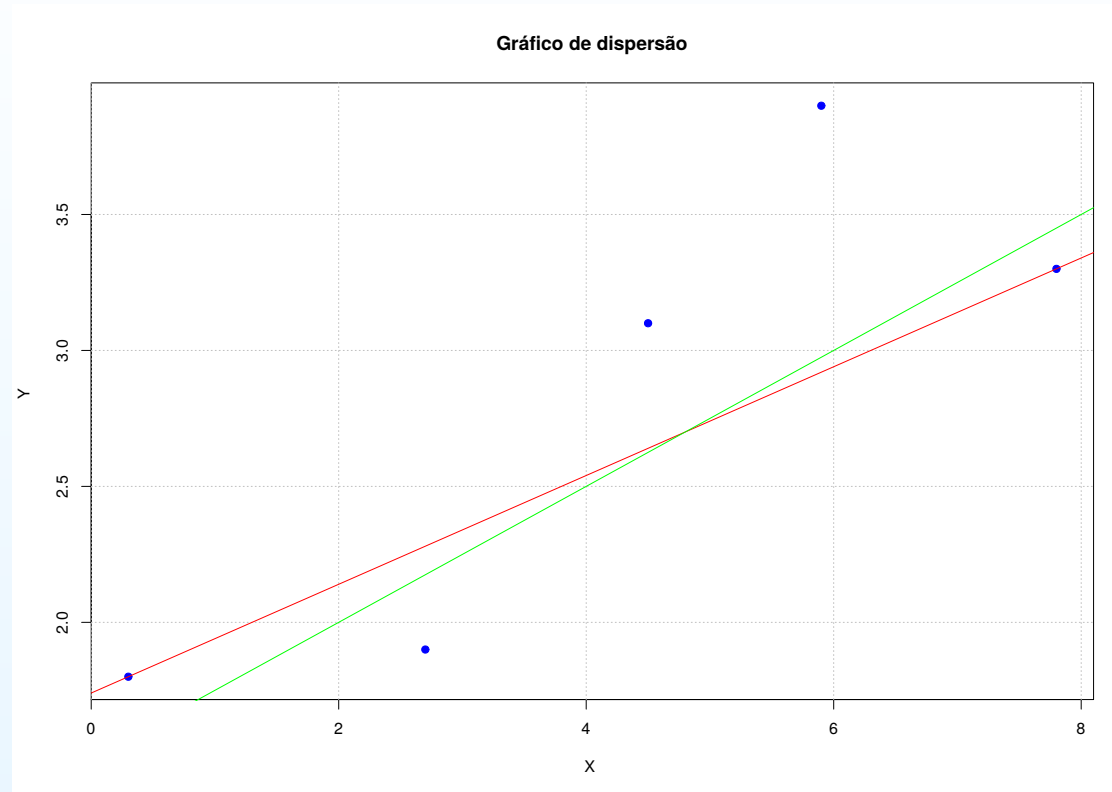


# Prática R



Modelo 2 é mais adequado:

# Prática R



Modelo 2 é mais adequado:

$$D(1, 5; 0, 25) = 1, 2300 < D(1, 74; 0, 2) = 1, 3164$$

# Método dos quadrados mínimos

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Qualidade do ajuste depende da equação da reta escolhida.

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Conclusão

# Método dos quadrados mínimos

- Qualidade do ajuste depende da equação da reta escolhida.
- Reta que não passa por dois pontos dentre aqueles do diagrama de dispersão produziu resultado melhor.

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Conclusão

# Método dos quadrados mínimos

- Qualidade do ajuste depende da equação da reta escolhida.
- Reta que não passa por dois pontos dentre aqueles do diagrama de dispersão produziu resultado melhor.
- Por onde se deve traçar a reta de modo a obter o menor valor do desvio  $D$ ?

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Conclusão

# Método dos quadrados mínimos

- Qualidade do ajuste depende da equação da reta escolhida.
- Reta que não passa por dois pontos dentre aqueles do diagrama de dispersão produziu resultado melhor.
- Por onde se deve traçar a reta de modo a obter o menor valor do desvio  $D$ ?
- Método dos quadrados mínimos consiste em encontrar uma estimativa da reta  $u = \beta_0 + \beta_1 x$ .

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Conclusão

# Método dos quadrados mínimos

- Qualidade do ajuste depende da equação da reta escolhida.
- Reta que não passa por dois pontos dentre aqueles do diagrama de dispersão produziu resultado melhor.
- Por onde se deve traçar a reta de modo a obter o menor valor do desvio  $D$ ?
- Método dos quadrados mínimos consiste em encontrar uma estimativa da reta  $u = \beta_0 + \beta_1 x$ .

# Método dos quadrados mínimos

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Produzir o menor valor possível do desvio:

$$D(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - u_i)^2$$

$$D(\beta_0, \beta_1) = (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

# Dedução dos quadrados mínimos

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- **Dedução dos quadrados mínimos**
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

- Derivadas parciais

$$\frac{\partial D(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i),$$

$$\frac{\partial D(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i.$$

- Valores para os quais a função  $D(\beta_0, \beta_1)$  possui um mínimo as derivadas parciais se anulam
- Se  $D(b_0, b_1)$  for o ponto de mínimo de  $D(\beta_0, \beta_1)$

# Dedução dos quadrados mínimos

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

$$-2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^n b_0 + \sum_{i=1}^n b_1 x_i = \sum_{i=1}^n y_i,$$

$$-2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i) x_i = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^n b_0 x_i + \sum_{i=1}^n b_1 x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i.$$

# Reta de quadrados mínimos

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

- Na forma matricial e simplificando a notação

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix}.$$

- Valores em que  $D(\beta_0, \beta_1)$  apresenta um mínimo são obtidos pela solução do sistema linear denominado equações normais.
- Utilizando as operações elementares de matrizes, tem-se:

# Reta de quadrados mínimos

## Parâmetros da reta de quadrados mínimos

$$u(x) = b_0 + b_1x$$

$$b_1 = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad b_0 = \frac{\sum y_i - b_1 \sum x_i}{n}$$

### MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R
- Conclusão

# Prática R

```
### Modelo 03 - Reta z
n<-length(x)
num<-sum(x)*sum(y)-n*sum(x*y)
den<-(sum(x))^2-n*sum(x^2)
b1<-num/den
b0<-(sum(y)-b1*sum(x))/n
print("b1=")
print(b1)
print("b0=")
print(b0)
abline(b0,b1,col="blue")
z<-b0+b1*x
d3<-(y-z)^2
sum_d3<-sum(d3)
df<-data.frame(x,y,u,w,z,d1,d2,d3)
print(sum_d1)
print(sum_d2)
print(sum_d3)
```

# Conclusão

## MODELOS DE REGRESSÃO

- RLS
- RLS
- Prática no R
- Prática no R
- Prática no R
- Retas de regressão
- Modelo 1
- Prática R
- Modelo 1
- Qualidade do modelo 1
- Prática R
- Modelo 2
- Prática R
- Prática R
- Método dos quadrados mínimos
- Método dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Dedução dos quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Reta de quadrados mínimos
- Prática R

Melhor dos três modelos propostos:

$$D(1, 6560; 0, 2698) = 0, 9289.$$

$$D(1, 5; 0, 25) = 1, 2300$$

$$(1, 74; 0, 2) = 1, 3164.$$